Ненад Ђ. Црномарковић*[1*]*, Мирослав А. Сијерчић*[1]*,
Срђан В. Белошевић*[1]*, Титослав В. Живановић*[2]*,
***Драган Р. Туцаковић*[2]**

[1] Лабораторија за термотехнику и енергетику,
Институт за нуклеарне науке „Винча”, Универзитет у Београду, Београд, Србија
[2] Машински факултет, Универзитет у Београду, Београд, Србија

Поређење модела размене топлоте зрачењем који се користе за нумеричке симулације котловских ложишта

Оригинални научни рад
UDC: 662.62:536.25:519.876.2

Топлотно зрачење је доминантни мод простирања топлоте са врућих продуката сагоревања ка зидовима ложишта. Тачност рачунања флуксева зрачења је од суштинског значаја за тачност нумеричких симулација, којима се могу предвидети перформансе целокупног процеса. До сада је развијено неколико модела размене топлоте зрачењем, који се могу сврстати у флуксне, зоналне и хибридне моделе. Репрезентативни модели зрачења сваке групе описани су у раду. Поређење модела представљено је за лабораторијско ложиште, за које су претходно одређене тачне вредности нето размењених енергија запреминских зона и нето размењених флуксева површинских зона. Поређење показује да су зонални модели тачнији од флуксних модела, чиме се препоручује њихова примена за нумеричке симулације ложишта за сагоревање фосилних горива.

Кључне речи: *нумеричка симулација, тест случај, сагоревање, модели топлотног зрачења*

Увод

Систем једначина којима се описује кретање, енергија и маса континуалне и дисперговане фазе процеса сагоревања угљеног праха садржи утицаје свих релевантних физичких феномена. Зрачење је доминантни вид преношења топлоте са врелих продуката сагоревања на зидове ложишта. Основни циљ рачунања размене топлоте зрачењем у нумеричким симулацијама је одређивање изворног члана енталпијске једначине гасне и дисперзне фазе услед зрачења. Структура свих једначина

* Одговорни аутор; електронска адреса: ncrni@vinca.rs

нумеричких симулација ложишта за сагоревање угљеног праха може се пронаћи у референци [1]. Модели размене топлоте зрачењем који се користе у нумеричким симулацијама ложишта за сагоревање фосилних горива, могу се поделити на флуксне и зоналне, као две основне групе, као и хибридне моделе који су формирани да би се искористиле добре особине обе групе основних врста модела [2].

Флуксни модели зрачења

Флуксни модели заснивају се на одређивању размене топлоте у ложиштима котлова путем решења егзактне интегродиференцијалне једначине интензитета зрачења:

$$\frac{\mathrm{d}I(\vec{r},\vec{s})}{\mathrm{d}s} \quad \vec{s} \quad I(\vec{r},\vec{s}) \quad K_{\mathrm{a}} I_{\mathrm{b}}(\vec{r}) \quad K_{\mathrm{t}} I(\vec{r},\vec{s}) \quad \frac{K_{\mathrm{s}}}{4\pi} {}_{4\pi} \, I(\vec{r},\vec{s}_i) P(\vec{s}_i,\vec{s}) \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

уз одговарајуће граничне услове. У једн. (1) $I(\vec{r},\vec{s})$ је тотални интензитет зрачења, $\vec{r}$ – вектор положаја, $\vec{s}$ – јединични вектор правца простирања зрачења, s – координата дуж вектора $\vec{s}$, $\vec{s}_{\mathrm{i}}$ – јединични вектор правца простирања упадног зрачења, K_{a} – коефицијент апсорпције, K_{s} – коефицијент расипања, K_t – тотални коефицијент зрачења, I_{b} – тотални интензитет зрачења црног тела, $P(\vec{s}_i,\vec{s})$ – фазна функција расипања и Q – просторни угао. Једначина (1) је аналитички решива само за неке врло упрошћене случајеве. Флуксни модели зрачења представљају апроксимативна решења једн. (1). Након одређивања вредности интензитета зрачења изворни члан енталпијске једначине одређује се следећим изразом:

$$S_{\mathrm{rad}}^{h} \quad K_{\mathrm{a}} \quad 4\sigma T^4 \quad \underset{4\pi}{} I \mathrm{d}\Omega \tag{2}$$

где је $\quad = 5{,}67 \; 10^{-8}$ W/m^{2}K^4 Штефан-Болцманова константа и T је апсолутна температура.

Модел шест флуксева

Просторни угао од 4π sr који окружује тачку у простору, дели се на сегменте унутар којих се претпоставља равномерна дистрибуција интензитета зрачења, или се ова дистрибуција апроксимира погодном функцијом. Након тога једначина се интеграли по сваком сегменту посебно. Тиме се добија систем парцијалних диференцијалних једначина које је потребно симултано решити. За сваку координатну осу (или правац) дефинише се флукс који се простире у њеном позитивном правцу – I^+ и у њеном негативном правцу – I^-.

За сваку координанту осу добија се једначина дифузионог типа за тотални радијациони флукс, у правцу осе x – F_x:

$$\frac{1}{K_{\mathrm{t}}} \frac{\partial}{\partial x} \quad \Gamma_{\mathrm{rad}} \frac{\partial F_x}{\partial x} \qquad (1 \quad \omega f \quad \omega b) F_x \quad 2\omega s (F_y \quad F_z) \quad (1 \quad \omega) \frac{I_{\mathrm{b}}}{3} \tag{3}$$

где је $F_x \quad I_x \quad I_x^-$ тотални флукс зрачења, ω је албедо распипања зрачења, а $\Gamma_{\rm rad} \quad 1/K_{\rm t}[1 \quad \omega(f \quad b)]$ – коефицијент радијационе дифузије. Коефицијенти *f, b* и *s* су интеграли фазне функције расипања по деловима просторних углова на које је подељен целокупни просторни угао од 4π sr. На сличан начин добијају се једначине за тоталне флуксеве зрачења и у правцима других координатних оса. Изворни члан енталпијске једначине одређује се из релације:

$$S_{\rm rad}^h \quad K_{\rm a}(F_x \quad F_y \quad F_z \quad I_{\rm b}) \tag{4}$$

Модел дискретних ордината – S_N апроксимација

Након поделе запремине ложишта на контролне запремине, формирају се правци за које се рачунају интензитети зрачења. Решавање размене топлоте зрачењем своди се на одређивање вредности интензитета зрачења за неколико праваца који пролазе кроз чвор сваке контролне запремине. Решавање просторне расподеле интензитета зрачења за изабране правце врши се методом коначних запремина.

За изабрани правац $\vec{s}_i$, чији су косинуси углова са координатним осама означени са $\xi_i \quad \eta_i$ и μ_i, интегродиференцијална једначина интензитета зрачења у Декартовом (Decartes) координатном систему постаје [3]:

$$\xi_i \frac{\partial I_i}{\partial x} \quad \eta_i \frac{\partial I_i}{\partial y} \quad \mu_i \frac{\partial I_i}{\partial z} \quad K_{\rm a} I_{\rm b} \quad K_{\rm t} I_i \quad \frac{K_{\rm s}}{4\pi} \overset{n}{\underset{j\ \ 1}{}} w_j P_{ij} I_j, \quad i \quad 1,\ldots,n \tag{5}$$

где индекс *j* означава упадни правац, док је w_j тежински фактор који представља део просторног угла придружен упадном правцу *j*. Једначина (5) решава се за сваки од *n* праваца, чиме се једна интегродиференцијална једначина интензитета зрачења замењује системом од *n* диференцијалних једначина. Новија варијанта модела дискретних ордината је модел коначних запремина, у којем се осим интеграљења по контролним запреминама користи и интеграљење по просторном углу.

Модел сферних хармоника – P_N апроксимација
и модел момената

У овом моделу, интензитет зрачења представља се преко низа сферних хармоника на следећи начин [4]:

$$I(x,y,z,\theta,\varphi) \quad \overset{N}{\underset{n\ 0}{}} \ \overset{n}{\underset{m\quad n}{}} A_n^m(x,y,z) Y_n^m(\theta,\varphi) \tag{6}$$

где θ и φ означавају поларни и азимутни угао правца простирања зрака, $A_n^m(x, y, z)$ су просторни коефицијенти и $Y_n^m(\theta, \varphi)$ су сферни хармоници. Горња граница индекса *n* означава ред апроксимације. Интензитет зрачења је познат само ако су коефицијенти у једн. (6) одређени, а они се добијају преко момената интензитета зрачења користећи ортогоналност сферних хармоника. Тај поступак је детаљно описан у реф. [4], а резултујућа једначина P_1 – апроксимације је:

$$^{2}I_0 \quad A(I_0 \quad 4\pi I_{\mathrm{b}}) \tag{7}$$

где је A коефицијент који зависи од радијационих својстава медијума и параметара фазне функције расипања, а I_0 је нулти момент интензитета зрачења. Изворни члан енталпијске једначине одређује се на следећи начин:

$$S^{h}_{\mathrm{rad}} \quad K_{\mathrm{a}}(4\sigma T^4 \quad I_0) \tag{8}$$

У моделу момената, интензитет зрачења замењује се низом производа просторних и угаоних функција чији је општи облик [2]:

$$I(x,y,z,\theta,\varphi) \quad a_0 \quad \overset{N}{\underset{n\;\;1}{}}(\xi^n a_n \quad \eta^n b_n \quad \mu^n c_n) \tag{9}$$

где коефицијенти a, b, и c зависе само од просторних координата.

Задржавајући се на моментима првог реда (кад је у релацији (9) $N = 1$) Озисик (Ozisik) [5] је показао да се за сиви медијум унутар паралелних зидова моментним моделом добија иста једначина као и моделом P_1 – апроксимација.

Зонални и хибридни модели зрачења

Зоналним моделима се не решава интензитет зрачења, већ размењена топлота зрачења између зона на које су подељени запремина и површина зидова. Зонални модели који се користе у нумеричким симулацијама су Хотелов (Hottel) зонални модел и Монте Карло модел [2].

Монте Карло модел

Монте Карло је стохастички модел који се заснива на праћењу снопова фотона од места њихове емисије до места потпуне апсорпције [3]. Ако се површина зидова ложишта подели на N површинских зона, а запремина на M запреминских зона, онда се изворни члан енталпијске једначине зоне i одређује следећом релацијом:

$$S^{h}_{\mathrm{rad}\,i} \quad \overset{N}{\underset{n\;\;1}{}}\varepsilon\sigma T_n^4 \mathfrak{F}_{n \quad i} \quad \overset{M}{\underset{m\;\;1}{}}4K_{\mathrm{a}}\sigma T_m^4 V_m \mathfrak{F}_{m \quad i} \quad 4K_{\mathrm{a}}\sigma T_i^4 V_i \tag{10}$$

где су $\mathfrak{F}$ фактори размене топлоте зрачењем између две површинске зоне, две запреминске зоне или површинске и запреминске зоне, а V је запремина зоне. Фактор размене топлоте $\mathfrak{F}_{j \quad i}$ представља онај део топлоте који емитује зона j и који апсорбује зона i.

Хотелов зонални модел

Површине зидова ложишта и запремина ложишта деле са на површинске и запреминске зоне, за које се одређују директне и тоталне површине размене [6]. Директне површине размене одређују се за сваки пар зона: две површинске, две запреминске и комбинацију једне површинске и једне запреминске зоне. На основу њих рачунају се тоталне површине размене, које се користе за рачунање размењене топлоте зрачења између две зоне. Изворни члан енталпијске једначине зоне i одређује се као збир размене топлоте те зоне са свим зонама:

$$S^{h}_{\mathrm{rad}\,i} = \sum_{m=1}^{M} \overline{G_i G_m}(E_{\mathrm{b}\,m} - E_{\mathrm{b}\,i}) + \sum_{n=1}^{N} \overline{G_i S_n}(E_{\mathrm{b}\,n} - E_{\mathrm{b}\,i}) \tag{11}$$

где је $E_{\mathrm{b}} = \sigma T^4$ флукс емитованог зрачења црног тела на температури зоне T, $\overline{G_i G_m}$ – тотална површина размене запреминских зона i и m, а $\overline{G_i S_n}$ – тотална површина размене површинске зоне n и запреминске зоне i.

Осим флуксних и зоналних модела, постоје и хибридни модели зрачења који су развијени да би се искористиле добре стране обе групе модела. Најпозантији хибридни модел је модел дискретног трансфера, који садржи особине модела Монте Карло, Хотеловог зоналног модела и модела дискретних ордината.

Модел дискретног трансфера

Модел дискретног трансфера заснива се на решавању размене топлоте зрачењем путем праћења репрезентативних зракова кроз ложиште [7]. Сваки зрак се прати од места емисије (на једном зиду) до места где погађа други зид.

Вредност интензитета зрака добија се решавањем интегродиференцијалне једначине интензитета зрачења (1) у следећем облику:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\tau} = -I + \frac{E^*}{\pi} \tag{12}$$

где је $\mathrm{d}\tau = K_{\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s$ елементарна оптичка дебљина, а $E^* = 1/K_{\mathrm{t}}\,[K_{\mathrm{a}}\sigma T^4 + (K_{\mathrm{s}}/4)\int_{4\pi} I(\vec{s}_i)P(\vec{s},\vec{s}_i)\,\mathrm{d}\Omega]$ је модификовани интензитет зрачења црног тела. Решење једн. (12) добија се у облику рекурентне релације:

$$I_{n+1} = I_n \mathrm{e}^{-\delta\tau} + \frac{E^*}{\pi}(1 - \mathrm{e}^{-\delta\tau}) \tag{13}$$

где I_n и I_{n+1} представљају вредности интензитета зрачења на уласку и изласку зрака кроз контролну запремину n, а $\delta\tau$ представља оптичку дужину зрака кроз исту контролну запремину.

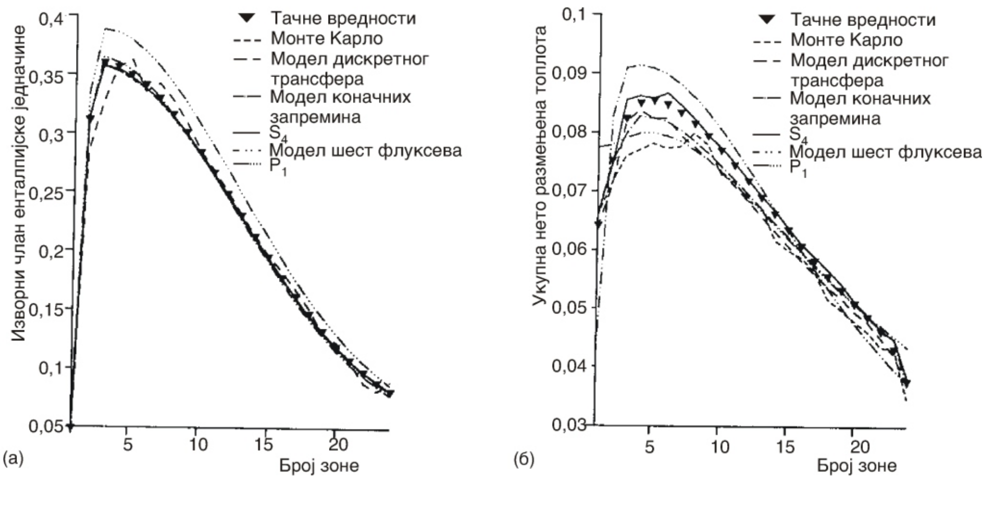
Изворни члан енталпијске једначине услед зрачења одређује се након решавања интензитета по свим правцима. Ако *i*-ти зрак пресеца *n*-ту контролну запремину, онда је изворни члан услед тог зрака:

$$S_{n\,i} \quad (I_{n\;\;1} \quad I_n)\,\delta A\cos\phi\,\delta\Omega \tag{14}$$

где је δA површина зоне која емитује зрачење, а ϕ је угао између правца зрака и правца нормале површине. Укупни изворни члан *n*-те контролне запремине добија се сабирањем изворних чланова услед свих зракова који пресецају *n*-ту контролну запремину.

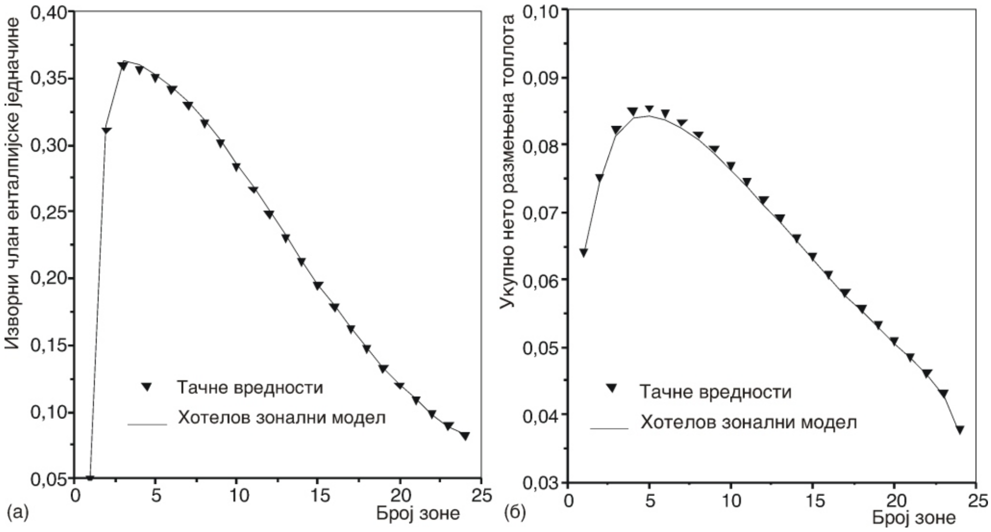
Поређење модела зрачења

Поређење модела зрачења извршено је за лабораторијско ложиште за које су познати температурно поље и радијациона својства медијума и зидова ложишта. Ложиште је облика паралелопипеда, чији попречни пресек је подељен на шеснаест квадрата, а у подужном правцу ложиште садржи двадесет и четири зоне квадратног облика. Лабораторијско ложиште и експериментални услови описани су детаљно у референци [8]. На сл. 1 приказано је поређење тачних вредности бездимензионалних изворних чланова енталпијске једначине запреминских зона и бездимензионалних укупних нето размењених топлота површинских зона које је формирао Селџук (Selcuk) [8], са одговарајућим топлотама које су добијене моделом зрачења Монте Карло, моделом дискретног трансфера, моделом коначних запремина, моделом дискретних ордината S_4, моделом шест флуксева и моделом сферних хармоника P_1 [9].



Слика 1. Поређење резултата модела зрачења са тачним вредностима [9]

Поређење бездимензионалних изворних чланова енталпијске једначине запреминских зона и укупних нето размењених топлота површинских зона који се добијају Хотеловим зоналним моделом са тачним вредностима приказано је на сл. 2. Поређењем дијаграма на сл. 1 и 2 може се уочити да Хотелов зонални модел показује најбоље слагање са тачним вредностима размењених топлота зрачења. Најслабије слагање са тачним вредностима показао је модел P_1 вероватно због релативно мале вредности коефицијента апсорпције ($K_a = 0{,}346\ m^{-1}$).



Слика 2. Поређење резултата Хотеловог зоналног модела са тачним вредностима

Ови резултати потврђују да се размењена топлота зрачењем тачније одређује зоналним моделима него флуксним. Приликом избора модела зрачења за нумеричку симулацију изабраног ложишта, потребно је узети у обзир и друге аспекте проблема, као што су време трајања компјутерског рачунања, могућност избора облика и броја зона, коришћење комплекснијих модела радијационих својстава медијума, могућност просторне расподеле радијационих својстава медијума, као и могућност повезивања модела зрачења и модела струјања. Узимајући у обзир и наведене захтеве који утичу на избор модела, многи аутори бирају флуксне моделе зрачења као оптималне.

Закључак

У раду су описани основни модели зрачења који се користе у нумеричким симулацијама ложишта за сагоревање у котловским ложиштима. Поређење модела извршено је за лабораторијско ложиште за које постоје тачне вредности изворних чланова енталпијске једначине и укупна нето размењена топлота површинских зона ложишта. Упоређене су тачне вредности одговарајућих топлота са резултатима модела Монте Карло, дискретног трансфера, коначних запремина, дискретних ордината S_4, модела шест флуксева, сферних хармоника P_1 и Хотеловог зоналног модела. Резултати су показали да се Хотеловим зоналним моделом најтачније одређују изворни члан енталпијске једначине и укупна нето размењена топлота површинских зона ложишта.

Захвалност

Истраживања описана у овом раду резултат су рада на пројекту *Развој и примена модела и софтвера за симулацију процеса у ложиштима енергетских котлова на спрашени угаљ у циљу повећања енергетске ефикасности и смањења емисије полутаната*, ТР-18007, финансираног од стране Министарства за науку и технолошки развој Републике Србије.

Литература

[1] Сијерчић, М., Математичко моделирање комплексних турбулентних транспортних процеса, Југословенско друштво термичара и Институт за нуклеарне науке „Винча", Београд, 1998.

[2] Viskanta, R., Menguc, M. P., Radiation Heat Transfer in Combustion Systems, *Progress in Energy and Combustion Science, 13* (1987), 97-160

[3] Modest, M. F., Radiative Heat Transfer, Academic Press, New York, USA, 2003

[4] Menguc, M. P., Viskanta, R., Radiative Transfer in Three-Dimensional Rectangular Enclosures Containing Inhomogeneous, Anisotropically Scattering Media, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 33* (1985), 6, 533-549

[5] Ozisik, M. N., Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Convection, John Wiley and Sons – Interscience Publication, 1973

[6] Hottel, H. C., Sarofim, A. F., Radiative Transfer, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 1967

[7] Lockwood, F. C., Shah, N. G., A New Radiation Solution Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures, *Proceedings*, 18th International Symposium on Combustion, The Combustion Institute, 1981, 1405-1414

[8] Selcuk, N., Exact Solutions for Radiative Heat Transfer in Box-Shaped Furnaces, *ASME Journal of Heat Transfer, 107* (1985), 3, 648-655

[9] Knaus, H., Schneider, R., Han, X., Strohle, J., Schnell, U., Hein, K. R. G., Comparison of Different Radiative Heat Transfer Models and Their Applicability to Coal-Fired Utility Boiler Simulations, *Proceedings,* 4th International Conference on Technologies and Combustion for a Clean Environment, 1997, Lisbon, Portugal, 1-8

Abstract

Comparison of Radiative Heat Transfer Models Used in Numerical Simulations of Boiler Furnaces

by

Nenad Dj. CRNOMARKOVIĆ[1*], Miroslav A. SIJERČIĆ[1], Srdjan V. BELOŠEVIĆ[1], Titoslav V. ŽIVANOVIĆ[2], and Dragan R. TUCAKOVIĆ[2]

[1] Laboratory for Thermal Engineering and Energy, Vinča Institute of Nuclear Sciences, University of Belgrade, Belgrade, Serbia
[2] Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, Belgrade, Serbia

Thermal radiation is dominant mode of heat transfer from hot combustion products to the furnace walls. Accuracy of calculation of the heat exchanged by thermal radiation is essential for the accuracy of numerical simulation, by which performances of the whole process can be predicted. So far, several models of radiative heat exchange have been developed, which can be grouped into flux, zonal, and hybrid models. Representative models of each group have been described. Comparison of the models have been performed for the laboratory furnace, for which the exact values of radiative source term and net exchanged heat of furnace walls have been previously determined. Comparison shows that zonal models are more accurate than flux models and suggests their application for the numerical simulation of furnace for fossil fuel combustion.

Key words: *fossil fuels, combustion, modelling, thermal radiation models, comparison*

*Corresponding author; e-mail: ncrni@vinca.rs

Рад примљен: 20. фебруара 2010.
Рад прихваћен: 8. марта 2010.